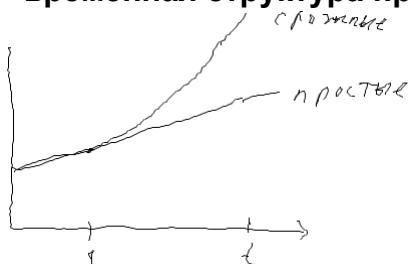


временная структура процентной ставки. наращивание и дисконтирование



простые:

$$F_{\text{пр}} = P(1 + nr)$$

$$F_{\text{сл}} = P(1 + r)^n$$

n - количество лет

r - процентная ставка

при n = 1 $F_{\text{пр}} = F_{\text{сл}}$

задача:

через сколько лет начальная сумма удвоится ($F=2P$), если

а) годовая ставка простых процентов - составляет 12.5.

б) годовая ставка сложных процентов составляет 8

а) $1 + nr = 2 \Rightarrow nr = 1, n = 1/0.125$

$n = 8$

б) $(1 + r)^n = 2 \Rightarrow 1.08^n = 2, n = \log_{1.08} 2$

$n = 9$

задача:

какая сумма больше при сложной процентной ставке 6%? : 1000 у.е. сейчас, или 2000 у.е. через 8 лет.

$$F_{\text{сл}} = 1000 \cdot 1.06^8 = 1594$$

2000 у.е. больше.

задача:

семья хочет накопить 12 тыс. у.е. на машину, вкладывая ежегодно в начале года по 1000 у.е. в банк.

годовая ставка сложных процентов 12%. как долго придется накапливать?

	1	2	3	4	5	6
сумма на начало года	1000	1120	3374.4	4779.4	6352.9	8115.2
%	120	254.4	405	573.5	762.3	973.8
сумма на конец года	1120	2374.4	3779.4	5352.9	7115.2	9089

задача:

семья хочет через 6 лет купить дачу за 12 тыс. у.е. какую одинаковую сумму ей нужно каждый год из этих 6 лет добавлять на свой счет в банке, если годовая ставка процента составляет 15%.

$$x(1 + 0.15)^6$$

$$x(1 + 0.15)^5$$

$$x(1 + 0.15)^4$$

$$x(1 + 0.15)^3$$

$$x(1 + 0.15)^2$$

$$x(1 + 0.15)^1$$

задача:

покупатель предложил 2 варианта расчета за купленную дачу:

1. 5000 у.е. сейчас и потом по 1000 у.е. на протяжении 5 лет

2. 8000 у.е. сейчас и потом по 300 у.е. на протяжении 5 лет.

какой вариант выгоднее для продавца при годовой процентной ставке

а) 10%

б) 5%

$$5000 + 1000(1/1.1^5 + 1/1.1^4 + 1/1.1^3 + 1/1.1^2 + 1/1.1) = 8791$$

$$8000 + 300(1/1.1^5 + 1/1.1^4 + 1/1.1^3 + 1/1.1^2 + 1/1.1) = 9137$$

$$5000 + 1000(1/1.05^5 + 1/1.05^4 + 1/1.05^3 + 1/1.05^2 + 1/1.05) = 9329$$

$$8000 + 300(1/1.05^5 + 1/1.05^4 + 1/1.05^3 + 1/1.05^2 + 1/1.05) = 9299$$

задача:

клиент собирается вложить 50 тыс. грн. на 4 года в один из банков:

первый банк предлагает 15% годовых, с начислением 1 раз в год.

второй банк предлагает 12% годовых с ежеквартальным начислением процентов.

третий банк также предлагает 12% годовых с ежемесячным начислением процентов.

определить, в какой банк выгоднее вложить средства.

1. $50000(1 + 0.15)^4 = 87450$ - выгоднее

2. $50000(1 + 0.03)^{16} = 80235$

3. $50000(1 + 0.01)^{48} = 80611$

задача:

определить, какой из четырех проектов даст наибольший доход на конец 4 года. каждый проект на конец года приносит доход, который помещается в банк до конца 4 года. процентная ставка на протяжении 4 лет возрастает. данные по проектам приведены в таблице.

проекты	доход на конец года			
	1	2	3	4
А	2500	2500	2500	2500
Б	4000	3000	2000	1000
В	1000	2000	3000	4000
Г	1000	3000	4000	2000
г, %	6%	10%	12%	16%

$$2500 * 1.1 * 1.12 * 1.16 + 2500 * 1.12 * 1.16 + 2500 * 1.16 + 2500 = 12220.8$$

$$4000 * 1.1 * 1.12 * 1.16 + 3000 * 1.12 * 1.16 + 2000 * 1.16 + 1000 = 12934.08$$

$$1000 * 1.1 * 1.12 * 1.16 + 2000 * 1.12 * 1.16 + 3000 * 1.16 + 4000 = 11507.52$$

$$1000 * 1.1 * 1.12 * 1.16 + 3000 * 1.12 * 1.16 + 4000 * 1.16 + 2000 = 11966.72$$

Лк №2

07.12.11

X_i - доли i-й ценной бумаги в портфеле.

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

модель Марковица:

$$V_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_{ij} x_i x_j - \text{риск портфеля}$$

$$\sum_{i=1}^n m_i x_i = m_p$$

$$m_i, \sigma_{ij}$$

q - коэффициент корреляции

$$V_p = x_1^2 \sigma_1^2 + 2x_1 x_2 q_{x_1 x_2} \sigma_1 \sigma_2 + x_2^2 \sigma_2^2$$

$$m_p = m_1 x_1 + m_2 x_2$$

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$V_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_{ij} x_i x_j$$

$$\begin{cases} m_0 x_0 + \sum_{j=1}^n m_j x_j = m_p \\ x_0 + \sum_{j=1}^n x_j = 1 \end{cases}$$

$$\beta_i = \frac{V_i p}{\sigma_i \sigma_p}$$

$$m_i = m_0 + \beta_i (m_p - m_0) - \text{эффективность ЦБ.}$$

где m_0 - безрисковая процентная ставка, m_p - доходность рынка

задача:

на идеальном финансовом рынке 10% по стоимости составляют безрисковые ЦБ, и 90% - рискованные ценные бумаги 3 вида. первые составляют 1/6 часть и их $\beta=0.8$. другие - 1/8, и их $\beta=1$.

определить долю и β третьего вида ценных бумаг. найти эффективности всех рискованных ценных бумаг и среднюю прибыльность по всему рынку, если доходность рынка составляет 8%, а безрисковая ставка 4%.

решение:

$$\sum \beta_i x_i = 1$$

$$\sum x_i = 0.9$$

$$x_3 = 0.9 - 1/6 - 1/8 = 0.60833$$

$$1/6 \cdot 0.8 + 1/8 \cdot 1 + 0.60833 \cdot \beta_3 = 1$$

$$\beta_3 = 1.22$$

$$m_1 = 4 + 0.8(8 - 4) = 7.2$$

$$m_2 = 4 + 1(8 - 4) = 8$$

$$m_3 = 4 + 1.22(8 - 4) = 8.92$$

задача:

на основе данных о взаимонезависимых доходностях двух акций А и В (т.к. они взаимонезависимы, их коэффициент корреляции = 0), определить:

1. ожидаемые значения доходности и риска портфелей, содержащих:

а) только акции А

б) только акции В

в) поровну акций А и В (т.е. доля каждой = 0.)

2. составить портфель с минимальным риском (т.е. найти доли x_1 и x_2)

$$\text{риск } \sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 q_{x_1 x_2} \sigma_1 \sigma_2$$

$$\text{у нас } q_{x_1 x_2} = 0$$

доходность	наблюдения					
	1	2	3	4	5	6
m_A	25	-10	10	5	35	13
m_B	0	15	-5	5	20	25

решение:

структура портфеля	m_p	σ_p
100% A		$\sqrt{246} = 15.68$
100%B		
50% A 50% B		

$$\sigma^2 = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$m_A = \frac{(25-10+10+5+35+13)}{6} = 13$$

$$m_B = 10$$

$$m_{50/50} = 11.5$$

$$\sigma_A^2 = \frac{144 + 529 + 9 + 64 + 484 + 0}{5} = 246$$

$$\sigma_B^2 = \frac{100 + 25 + 225 + 25 + 100 + 225}{5} = 140$$

$$\sigma_{50/50}^2 = 0.25 \cdot 246 + 0.25 \cdot 140 = 96.5$$

задача:

инвестор хочет сформировать портфель из двух ценных бумаг. первая имеет доходность $m_1 = 3\%$ и дисперсию $\sigma_1^2 = 3$; для второй - $m_2 = 2\%$, $\sigma_2^2 = 6$.

отношение инвестора к риску представлено функцией полезности $U = 3m_p - \sigma_p^2$ где m_p и σ_p - доходность и риск портфеля.

определить оптимальную структуру портфеля для инвестора.

$$x_1, x_2 = ?$$

$$\begin{cases} m_p = \sum_{i=1}^2 m_i x_i \\ \sigma_p^2 = \sigma_1^2 x_1^2 + \sigma_2^2 x_2^2 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_p = 3x_1 + 2x_2 \\ \sigma_p^2 = 3x_1^2 + 6x_2^2 \\ x_1 = 1 - x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_p = 3 - x_2 \\ \sigma_p^2 = 3(1 - 2x_2 + x_2^2) + 6x_2^2 = 3 - 6x_2 + 9x_2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U = 3m_p - \sigma_p^2 \\ \sigma_p^2 = 9m_p^2 - 48m_p + 66 \end{cases}$$

$$U = 3m_p - 9m_p^2 + 48m_p - 66 = -9m_p^2 + 51m_p - 66$$

$$\frac{\partial U}{\partial m_p} = -18m_p + 51 = 0$$

$$m_p = 51/18 = 2.83$$

Лк №3

08.01.08

фирма решает вопрос о сроках перехода к массовому выпуску новых видов продукции. в таблице приведены возможные последствия в зависимости от срока наступления массового спроса. используя критерий мат.ожидания, Севиджа и Вальда, определить оптимальную стратегию для фирмы.

Варианты	Выплаты при возможных сроках наступления массового спроса			K _{МО}	K _В	K _С
	Сейчас p=0.2	Через год p=0.5	Через 2 года p=0.3			
Перейти сейчас	16	6	-6	4.4	-6	12
Перейти через год	5	12	2	7.6	2	11
Перейти через 2 года	0	2	6	2.7	0	16

$$K_{MO} = \sum_{i=1}^n p_i B_i, \quad K = \max K_{MO}$$

$$K_B = \max_i (\min_j B_{ij})$$

$$K_C = \min_j (\max_i (\max_j B_{ij} - B_{ij}))$$

$$\max_i (\max_j B_{ij} - B_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 12 \\ 11 & 0 & 4 \\ 16 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

магазин может купить от 0 до 5 единиц товара по цене 10 грн за единицу, и продать его по 15 грн за единицу. любой нераспроданный на конец дня остаток можно продать по 5 грн за единицу. владелец магазина посчитал вероятность спроса следующим образом:

Спрос	Вероятность
0	0.02
1	0.1
2	0.2
3	0.4
4	0.2
5	0.08

Определить возможные курсы действий на основе построения платежной матрицы. Вычислить прибыль за день, если предположить, что объем закупок находится в соответствии с указанными вероятностями.

Платежная матрица:

Спрос \ Объем закупок, курс действий	0	1	2	3	4	5
0	0	-5	-10	-15	-20	-25
1	0	5	0	-5	-10	-15
2	0	5	10	5	0	-5
3	0	5	10	15	10	5
4	0	5	10	15	20	15
5	0	5	10	15	20	25
Мат.ожидание	0	4.8	8.6	10.4	8.2	4

Converted on 10.01.2008, 22:21 using TeXconvert and DocMerge scripts v2.0 (c) 2006-2007 Chervov Dmitry aka Deathdemon >:)
Последние конспекты всегда можно найти по адресу <http://deathdemon.int.ru/lectures/>