

## Математическое и программное обеспечение систем обработки сложных сигналов

24 октября - контрольная работа по Photoshop и Corel Draw, их сравнительный анализ.

*типы изображений (сложных сигналов) по их природе возникновения:*

I. электромагнитные изображения - изображения, получаемые из потока частиц нулевой массы, но с определенной энергией (фотонов). энергия  $\gamma$ -лучей -  $10^6 - 10^4$  эВ.

1. позитронные изображения. например, позитроны могут направляться в тело пациента, и после реакции с клетками вырабатывается  $\gamma$ -излучение, которое далее фиксируется.

2. рентгеновские изображения. энергия рентгеновских лучей - около  $10^3$  эВ.

3. ультрафиолетовые изображения. энергия -  $10^2 - 10^1$  эВ. при столкновении ультрафиолетовых лучей с материалами возникает вторичное излучение.

4. видимый диапазон. энергия -  $10^{-1}$  эВ. длины волн - 0.45-0.69 мкм.

5. инфракрасный диапазон.  $10^{-2}$  эВ.

6. радиодиапазон.  $10^{-3} - 10^{-5}$  эВ.

7. ЯМР-томографы (тоже диапазон радиоволн), на базе ядерно-магнитного резонанса.

II. акустические изображения

1. УЗИ (используется звук частотой 1-5 МГц).

2. сейсморазведка ( $> 100$  Гц).

III. изображения, полученные с помощью электронных микроскопов. пучок электронов бомбардирует исследуемый образец, электроны взаимодействуют с образцом и возникает его отраженная часть в виде поля. по этому полю можно определять свойства материала образца.

электронные картинки делятся на два типа: трансмиссионные (анализируются проходящие лучи) и рефлексивные(?) (анализируются отраженные лучи). соответственно, типы электронных микроскопов - ТЭМ и СЭМ.

IV. изображения, формируемые собственно компьютером (например, фракталы).

V. изображения в форме кривых (звуковые и радиолокационные изображения; также - искусственно созданные изображения - например, подсказки на экране оператору какого-либо устройства).

по виду изображения можно разделить на бинарные (силуэты), полутоновые (градации серого), цветные и многозональные.

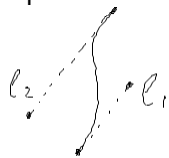
по представлению в памяти компьютера, изображения делятся на растровые и векторные.

растровые изображения характеризуются количеством пикселей на дюйм (dpi, dots per inch). при печати используется понятие линий на дюйм (lpi, lines per inch).

растровые изображения требуют большое количество памяти для хранения и работы с ними.

в отличие от растра, основным объектом векторной графики является не точка, а линия. основное преимущество - значительно меньшие затраты памяти.

уравнение кривой третьего порядка выглядит как  $x^3 + a_1y^3 + a_2x^2y + \dots + a_8y + a_9 = 0$ . для ее описания требуется сохранение 13 параметров. лучшим решением посчитали хранение векторных изображений как совокупность кривых Безье:



для их описания требуется сохранение всего восьми параметров.

## Цветные изображения

*законы Грассмана:*

1. цвет излучения характеризуется спектральным составом, но цвет смеси излучений зависит от их цветов, а не от их "формы" спектра.

2. цвет - это точка трехмерного векторного пространства (RGB).

3. закон непрерывности. спектр и цвет меняются непрерывно.

## особенности обработки цветных изображений

- 1) субъективное восприятие цвета
- 2) законы Грассмана. основы цветовоспроизведения
- 3) особенности цветовоспроизведения при печати
- 4) управление цветом в компьютере
- 5) особенности компьютерной обработки цвета

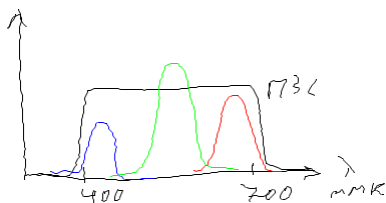
1)



в солнечном свете интенсивность на каждой длине волны примерно одинакова.

цветовое ощущение зависит от:

1. спектра источника
2. спектра отраженного от поверхности света
3. спектральной характеристики приемника:



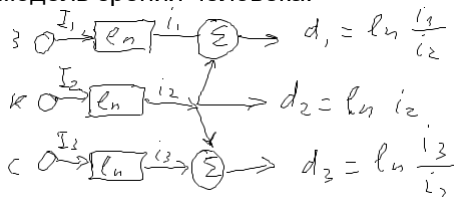
для зрения человека имеет место закон Вебера-Фехнера:



цвет в точке зависит от цветов окружения (явление цветовой индукции).

вся теория цвета подчиняется векторной алгебре в трехмерном пространстве.

модель зрения человека:



$$I_1 = \int_{\lambda} B(\lambda) \zeta(\lambda) d\lambda$$

$$I_2 = \int_{\lambda} B(\lambda) K(\lambda) d\lambda$$

$$I_3 = \int_{\lambda} B(\lambda)C(\lambda)d\lambda$$

RGB

XYZ

Lab

HSL

CIElab

равноконтрастная система - это идеал, который стремятся найти, - чтобы чувствительность глаза человека и датчиков была бы равномерно распределена в ней.

### **3) особенности цветовоспроизведения при печати**

CMYK - cyan, magenta, yellow, black

C = бел - кр = зел + син

M = бел - зел

Y = бел - син

### **4) управление цветом в компьютере**

цвет определяется его температурой.

CMS - система управления цветом. утверждена ICC.

*Лк №3*

*07.09.19*

## **Структуры данных при обработке изображений**

- 1) 4 уровня представления изображений
- 2) представление изображений матрицами
- 3) представление изображений цепями
- 4) топологические структуры данных (представление изображений графами)
- 5) реляционные структуры представления изображений
- 6) иерархические структуры представления изображений

### 1) 4 уровня представления изображений

1. сигнальное пространство (иконика) - сигналы с датчиков. к этому уровню относятся все преобразования, которые оставляют размерность сигнального пространства без изменений (например, подчеркивание контуров, и прочая предобработка), т.е. меняются только значения пикселей.
2. сегментация - разделение общего изображения (сцены) на отдельные объекты.
3. геометрический уровень - переход от сегментированных изображений к их геометрическим формам. главное назначение - сокращение объемов информации. но кроме того, переход к геометрическому описанию - это первый шаг к пониманию изображения.
4. понимание, распознавание сцены.

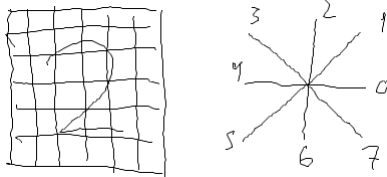
### 2) представление изображений матрицами



гексагональная решетка преобразуется в прямоугольную сдвигом каждой четной строки на полпикселя вправо  
 в матрице заложена информация о яркости в каждой точке и пространственные отношения между пикселями, и в частности - отношение соседства.

### 3) представление изображений цепями

чаще всего применяется для контурных изображений



записываются начальные координаты, а затем - последовательность направлений:

$(i_0, j_0)$  111077555550000

один из способов оптимизации - записывать направление, и за ним - количество шагов:

$(i_0, j_0)$  1301725504

### 4) топологические структуры данных (представление изображений графами)



### 5) реляционные структуры представления изображений

№	Имя	Свойства
0	небо	синее
1	горы	
2		
3	дерево	
4		

### 6) иерархические структуры представления изображений

они быстро развиваются в данное время по той причине, что позволяют достичь понимания изображения, а кроме того есть возможность параллельной обработки.

## Методы сегментации

#### модель входного сигнала:

$V(i,j) = N_1(i,j) + N_2(i,j) + \dots + N_\Phi(i,j)$  - яркость в каждой точке; общая сцена состоит из аддитивной совокупности отдельных объектов.

общее поле зрения разбивается на поля зрения отдельных объектов:

$$D = D_1 \cup D_2 \cup \dots \cup D_s$$

$D_i \cap D_j = \emptyset, \quad i \neq j$  (если один объект закрывает другой, то второй объект мы не видим).

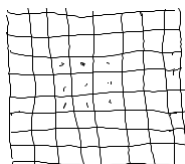
$$H_k(i, j) = \begin{cases} B(i, j), & (i, j) \in D_k \\ 0, & (i, j) \notin D_k \end{cases}$$

$k=1, 2, \dots, s, 0$  (0 - это номер, которым мы будем нумеровать фон)

$$H_0(i, j) = \begin{cases} B(i, j), & (i, j) \in D_0 \\ 0, & (i, j) \notin D_0 \end{cases}$$

**теорема Шеннона:**

расстояние между дискретами (пикселями) должно быть хотя бы в два раза меньше, чем размер самого маленького объекта, который мы хотим выделить.



для сегментации необходимо найти некоторый оператор, который поставит в соответствие полю зрения некоторые числа:

$$\pi : D \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, s\}$$

$$\pi(i, j) = \begin{cases} k, & (i, j) \in D_k \\ 0, & (i, j) \in D_0 \end{cases}$$

**Лк №4**

**07.09.26**

аттестация по предмету скорее всего будет не 24 октября, а 17.

## Сегментация изображений

- 1) математическая модель сегментации
- 2) эвристические особенности сегментации
- 3) грубая сегментация
- 4) частичная и многозначная сегментация
- 5) классификация методов сегментации
- 6) сегментация и распознавание
- 7) метод порогового ограничения

### 1) математическая модель сегментации

$$V(i, j) = H_1(i, j) + H_2(i, j) + \dots + H_s(i, j) + \dots + H_\phi(i, j)$$

### 2) эвристические особенности сегментации

сложность сегментации связана с большой долей эвристики из-за присутствия субъективных особенностей. ведь цель машинной сегментации - сделать разбиение сцены так, как ее видит человек.

понятия "граница", "объект", "фон" не имеют точной математической формализации.

необходимо иметь хоть какую-то априорную информацию. например, что области объектов - связные, что количество объектов равно некоторому числу  $s$ .

### 3) грубая сегментация

отделение фона:

$$\Pi(i, j) = \begin{cases} 1, & (i, j) \in D_1 \cup D_2 \cup \dots \cup D_s \\ 0, & (i, j) \in D_0 \end{cases}$$

после грубой сегментации, дальнейшее разделение объектов называется *раскраской*. этот процесс может быть строго описан математически, эвристики нет, т.к. мы на данном этапе имеем дело с бинарными изображениями.

#### 4) частичная и многозначная сегментация

иногда удобно обрабатывать не все объекты, а только часть их.

$$\Pi(i, j) : \tilde{D} \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, l\}, \quad l < S, \quad \tilde{D} \subset D$$

что касается оставшихся объектов, дальнейшая сегментация производится с учетом свойств уже выделенных объектов.

например, часть объектов можно выделить по яркости, а оставшиеся - по форме, связности, цвету, и т.д.

можно говорить о многозначной сегментации. иногда для некоторых объектов невозможно однозначно поставить смысловую метку, но с другой стороны, можно говорить о некотором конечном количестве меток, которые мог бы иметь данный пиксел.

например, два объекта находятся близко между собой и фоном.

#### 5) классификация методов сегментации

1. корреляция
2. пороговый метод
3. методы наращивания областей
4. методы, основанные на выделении границ
5. текстурные методы
6. методы, основанные на анализе цвета

#### 6) сегментация и распознавание, корреляция

если существуют надежные признаки, легко определяемые (по надежности и вычислительным затратам), то распознавание может выполняться перед сегментацией. такими признаками могут быть цвет или яркость.

чаще всего распознавание идет после сегментации. сцена разбивается на "подозрительные" участки, и затем каждый участок обрабатывается с целью распознавания.

#### 7) метод порогового ограничения

здесь основным признаком является яркость. самый простой метод, широко применяющийся на практике, и кроме того - этот метод глобальный (по всему изображению сразу).

а) простейший случай - один объект. яркость этого объекта находится в пределах  $T_1, T_2$ . тогда задача сегментации решается просто:

$$(i, j) = 1, \quad B(i, j) \in T_1, T_2$$

б) если есть  $l$  объектов,  $l=1, 2, \dots, s$ .

$$T_1^l \leq B(i, j) \leq T_2^l$$

$$\Pi(i, j) = l, \quad T_1^l \leq B(i, j) \leq T_2^l$$

$\Pi(i, j) = 0$  в противном случае

вопрос в том, как определить пороги  $T_1^l, T_2^l$ . при их определении существует два подхода:

а) мы знаем, что объект занимает приблизительно какую-то площадь. можно построить гистограмму и по ней определить порог. он может определяться как среднее значение между максимумами гистограммы (максимумы для самого объекта и для фона)

б) значения минимумов гистограммы также могут быть использованы для определения значений разделительных порогов.

**Лк №5**  
**07.10.31**

#### изучение вопросов сегментации

- 1) сегментация изображений с использованием матриц совпадений
- 2) сегментация изображений с использованием диаграмм Вороного
- 3) сегментация по цвету
- 4) проблемы мультимодальной и интрамодальной сегментации

### 1) сегментация изображений с использованием матриц совпадений

суть метода с использованием матриц совпадения - взамен исходной картинки (матрицы) строится новая матрица, которая называется матрицей совпадения. эта матрица квадратная.

$B(i, j) \Rightarrow G \times G$ .  $G$  - количество уровней серого на исходной матрице  $B$ .

например, матрица  $B(i,j)$  имеет следующий вид:

```
1 1 0 0
1 1 0 0
0 0 2 2
0 0 2 2
```

$G=3$ , соответственно, матрица совпадения будет иметь размерность  $3 \times 3$ :

вводим метрику  $d(d_i, d_j)$ .

$P_d$  - матрица совпадений; зависит от выбранного расстояния.

пусть  $d=(1,0)$ , т.е. мы производим сдвиг по оси  $x$  на 1 пиксел, а по оси  $y$  сдвига не производим. тогда, после преобразования исходной матрицы получаем, что 0 в 1 переходит 4 раза, 0 в 1 - ни разу, 0 в 2 - 2 раза, и т.д.:

	0	1	2
0	4	0	2
1	2	2	0
2	0	0	2

для  $d=(1,1)$ :

	0	1	2
0	2	0	2
1	2	1	1
2	0	0	1

т.е. матрица зависит от выбора расстояния и важно сделать его правильно, чтобы метод работал корректно.

далее по матрице совпадений вычисляют определенные характеристики.

отметим, что матрица  $P_d$  несимметрична. с симметричными матрицами работать удобнее, поэтому можно вычислять  $P = P_d + P_d^T$  - получим симметричную матрицу.

*характеристики:*

1. энергия  $\sum_{i,j} P_d^2(i, j)$

2. энтропия  $\sum_{i,j} P_d(i, j) \log P_d(i, j)$

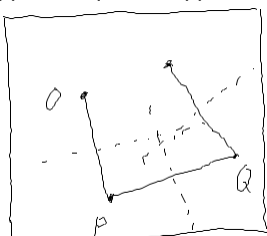
3. контрастность  $\sum_{i,j} (i - j)^2 P_d(i, j)$

4. гомогенность (однородность)  $\sum_{i,j} \frac{P_d(i, j)}{1 + (i + j)}$

недостаток метода с использованием матриц совпадений - проблема выбора расстояния  $d$ .

### 2) сегментация изображений с использованием диаграмм Вороного

сначала необходимо выделить примитивы (особые точки на изображении, имеющие свои отличительные признаки). для каждой двух соседних точек проводится перпендикуляр к прямой, соединяющей эти две точки, ровно посередине прямой:



отрезки перпендикуляров разделяют плоскость на области, по одной области на точку. для каждой из выделенных областей вычисляются признаки.

$$m_{pq} = \iint_R (x - x_0)^p (y - y_0)^q dx$$

$x_0, y_0$  - координаты примитива.

$$f_1 = m_{00}$$

$$f_2 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$f_3 = \arctan \frac{y}{x}$$

$$f_4 = \frac{\sqrt{(m_{20} - m_{02})^2 + 4m_{11}^2}}{m_{20} + m_{02} + \sqrt{(m_{20} - m_{02})^2 + 4m_{11}^2}}$$

$$f_5 = \arctan \frac{2m_{11}}{m_{20} - m_{02}}$$

далее для двух исходных изображений сравниваются  $\tilde{P}(f_1, f_2, \dots, f_5)$  и  $\tilde{Q}(f_1, f_2, \dots, f_5)$ .

### 3) сегментация по цвету

*многоспектральное сегментирование:*

1. рассматриваем отдельно все спектральные диапазоны (красный, зеленый, синий)
2. производим устранение помех
3. производим сегментацию по каждому диапазону в отдельности
4. наложение полученных сегментов друг на друга
5. анализ полученного результата

## Лк №6

07.12.05

свойства Гауссиана:

$$1. G_{\sigma_1} \cdot G_{\sigma_2} = G_{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$$

2. возможность факторизации:

$$G_{\sigma} = \frac{1}{2\pi\sigma} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) = \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) \right]$$

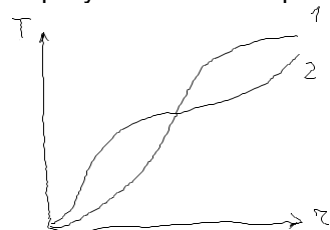
### улучшение изображений

1) общие предпосылки улучшения изображений

$$s = T(r)$$

$r$  - входная яркость, от 0 до 255

$s$  - результат после пересчета с помощью функции  $f$ .



предполагается, что на функцию  $T$  накладываются условия:

1. она однозначна и монотонно возрастающая на интервале  $[0, 1]$
2. ее значения тоже изменяются на интервале  $[0, 1]$

исходя из этих условий, предполагаем, что есть обратная функция,  $r = T^{-1}(s)$



введем понятие плотности распределения вероятностей  $P_r(r), P_s(s)$  :

$$P_s(s) = P_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right|$$

вводим функцию T как интеграл от плотности распределения:

$$s = T(r) = \int_0^r P_r(w) dw$$

$$\frac{ds}{dr} = \frac{dT}{dr} = P_r(r)$$

таким образом, плотность выходных яркостей должна подчиняться равномерному закону распределения на отрезке  $[0,1]$ , а вне этого отрезка - равна 0.

применение полученной функции ко всем точкам входного изображения называется эквализацией изображения.

в дискретном варианте:

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n}, \quad k = \overline{0,255}$$

в дискретном случае нельзя строго показать, что в результате получится в точности равномерная гистограмма.

эквализация направлена на растяжение гистограммы входного изображения таким образом, что значения элементов эквализованного изображения будут перекрывать более широкий диапазон уровней яркости.

## Лк №7 07.12.12

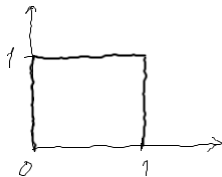
### преобразование Хаара

в матрице Хаара в строке присутствуют отдельные импульсы, расположенные в различных местах, но только по два импульса, отличных от 0.

также существует масштабирующая функция системы Хаара (различия по толщине импульса).

это позволяет создать систему ортогональных функций.

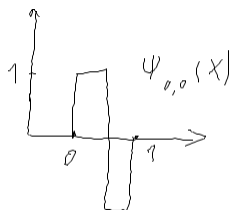
материнская функция:

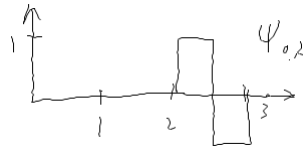


из материнской функции можно построить все остальные. получаем систему вейвлет-функций:

$$\Psi(x) = \sum_n h_\psi(n) \sqrt{2} \varphi(2x - n)$$

$$h_\psi(n) = (-1)^n h_\varphi(1 - n)$$





вейвлет-преобразования сепарабельны.